Numerele în baza 10. Explicații și probleme (1)

Numerele în baza 10 înseamnă numerele cu care lucrăm noi în mod obișnuit, și care conțin 10 cifre, adică cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. În probleme se specifică faptul că sunt numere în baza 10 pentru a le diferenția de alte baze de numerație, cum este, de exemplu, baza 2, învățată în clasa a V-a.

Un număr în baza 10 se scrie în mod convențional cu bară deasupra atunci când unele cifre din compunerea numărului sunt înlocuite de litere.

Descompunerea unui număr în baza 10 se face în funcție de locul pe care îl ocupă fiecare cifră în scrierea numărului. De exemplu, 5487 este compuns din 5000, 400, 80 și 7, sau poate fi scris: 5 x 1000 + 4 x 100 + 8 x 10 + 7 x 1.

Să mai dăm 2 exemple: 8002 = 8000 + 2 = 8 x 1000 + 0 x 100 + 0 x 10 + 2 x 1

450 = 400 + 50 + 0 = 4 x 100 + 5 x 10 + 0 x 1.

Iar acum să scriem un număr în baza 10 atunci când în loc de cifre avem litere.

De exemplu $\overline{abcd}$ este compus din a = cifra miilor, b = cifra sutelor, c = cifra zecilor și d = cifra unităților. Sau, cu alte cuvinte, acest număr poate fi scris sub forma $1000a + 100b + 10c + d$. Atunci când în scrierea unui număr se repetă una dintre litere, înseamnă că și cifra corespunzătoare se va repeta. Să luăm, de exemplu, numărul $\overline{abab}$: $1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b$. Desigur, de aici putem da factor comun numărul 101 și obținem: $\overline{abab} = 101(10a + b)$.

Problemele cu numere scrise în baza 10 se fac încă din clasa a IV-a și acestea apar și în programa pentru Evaluarea Națională din clasa a VIII-a. Deși pot fi cele mai banale, acestea pot crea anumire dificultăți în rezolvare mai ales pentru că nu au fost lucrate suficient. Vom rezolva mai jos cu explicații câteva astfel de probleme, așa cum apar ele în culeherile de pregătire pentru Evaluare.

1. Fie $\overline{ab}$ un un număr natural cu proprietatea

$$\overline{ab} = 4a + 3b$$

(2p) a) Numărul $\overline{ab}$ poate fi 15? Justificați.

(3p) b) Calculați media aritmetică a numerelor de forma $\overline{ab}$ cu proprietatea din enunț.

La întrebarea a) răspundem printr-un calcul. Dacă $\overline{ab}$ este 15, atunci a = 1 și b = 5. Și facem verificarea: 4 x 1 + 3 x 5 = 4 + 15 = 19, deci rezultatul calculului nu este 15, numărul nu poate fi 15.

Trecem la rezolvarea punctului *b*. Numărul $\overline{ab}$ poate fi scris sub forma $10a + b$. Pentru că nouă ni se dă o egalitate acolo unde avem proprietatea numărului, scriem și această egalitate: $10a + b = 4a + 3b$. Mutăm convenabil termenii, a în stânga și b în dreapta, și obținem: $6a = 2b$. Pentru a ne fi mai ușor, împărțim la 2 toată egalitatea și obținem $3a = b$.

Asta înseamnă că pentru fiecare cifră *a*, *b* este de 3 ori mai mare. Putem, așadar, să dăm valori lui *a*:

- a = 1, b = 3 (verificare: 13 = 4 x 1 + 3 x 3 = 4 + 9 = 13)
- a = 2, b = 6
- a = 3, b = 9. Ne oprim aici, *b* nu poate fi mai mare decât cea mai mare cifră.

Numerele fiind 13, 26 și 39, rezolvăm cerința până la capăt, adică facem media artimetică: (13 + 26 + 39) : 3 = 78 : 3 = 26.

Dacă împărțim numărul $\overline{abc}$, scris în baza 10, la numărul $\overline{ac}$ obținem câtul 6 și restul 5.

(2p) a) Este posibil ca numărul $\overline{ac}$ să fie egal cu 18 ? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numerele $\overline{abc}$.

Așa cum este frumos și corect, rezolvăm punctul a). Din $\overline{abc}$: $\overline{ac}$ = 6 rest 5 avem $\overline{abc}$ = 6 x $\overline{ac}$ + 5. Dacă $\overline{ac}$ = 18, $\overline{abc}$ = 6 x 18 + 5 = 108 + 5 = 113. Dar ultima cifră a numărului 113 este 3, nu 8, deci $\overline{ac}$ nu corespunde proprietății din enunț.

Trecem la rezolvarea punctului b), unde ni se cere să găsim toate numerele abc care corespund enunțului.

$\overline{abc}$ = 100 a + 10 b + c = 6 x $\overline{ac}$ + 5 = 6 (10a + c) + 5 = 60a + 6c + 5

Rearanjăm termenii convenabil: 100a – 60a + 10 b + c – 6c = 5

40 a + 10 b = 5 c + 5 (Putem împărți la 5 toată egalitatea):

8a + 2b = c + 1. De aici putem deduce că cifra a poate fi doar 1, dacă ar fi mai mare am depăși cu mult valoarea maximă pe care o poate lua c. Deci a = 1, iar egalitatea devine:

8 + 2b = c + 1, deci 2b = c – 7

Dacă lui b îi dăm valoarea 1, ar însemna că valoarea lui c să fie 2 + 7, adică 9, iar numărul $\overline{abc}$ = 119 (facem verificarea: 19 x 6 + 5 = 114 + 5 = 119, deci corespunde).

Dacă b = 0, c = 7, deci $\overline{abc}$ = 107 (verificăm: 17 x 6 + 5 = 102 + 5 = 107, rezultatul corespunde).

Pentru b = 2, c = 4 + 7, adică 11, care nu este cifră. Așadar, singurele numere $\overline{abc}$ care corespund cerinței sunt 119 și 107.