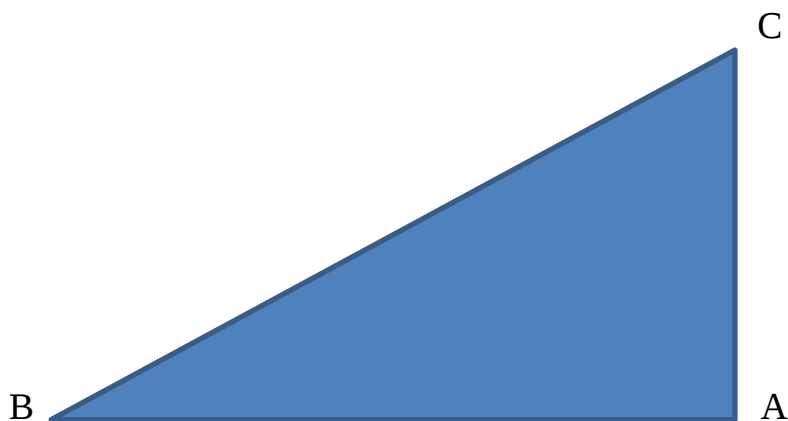


Despre funcțiile trigonometrice

.... și de ce nu trebuie să ne sperie

Deocamdată vorbim despre funcțiile trigonometrice, așa cum se învață ele la gimnaziu, respectiv în clasa a VII-a și a VIII-a. Chiar dacă ne întâlnim prima dată cu ele la orele de fizică, funcțiile trigonometrice sunt niște relații ajutătoare în geometrie, atât în rezolvarea triunghiului dreptunghic, cât și la calcularea unor arii.



Să luăm triunghiul de mai sus ABC, cu A unghi de 90° . Catetele triunghiului sunt AB, respectiv AC, iar ipotenuza este BC. Pe lângă teoremele învățate pentru triunghiul dreptunghic, respectiv Teorema catetei, cele două Teoreme ale înălțimii și teorema lui Pitagora, elementele triunghiului se pot afla folosind funcțiile trigonometrice, care sunt: sinus (sin), cosinus (cos), tangentă (tg) și cotangentă (ctg). Primele două funcții stabilesc raportul dintre o catetă și ipotenuză, iar ultimele două arată raportul dintre cele două catete. Pentru a nu le confunda, funcțiile care NU încep cu *co-* ne arată raportul dintre cateta opusă (mereu) și ipotenuză, respectiv cateta opusă și cea alăturată, pe când funcțiile care încep cu *co-* ne arată raportul dintre cateta alăturată și ipotenuză, respectiv cateta alăturată și cea opusă.

Având în vedere că în gimnaziu folosim aceste funcții trigonometrice în triunghiul dreptunghic, nu vom avea aceste rapoarte și pentru unghiul de 90° de grade, pentru că acestuia nu i se opune nicio catetă. Există cazuri speciale unde ajungem la un raport sinus de 1, care ne arată că unghiul opus are 90° de grade, dar despre acest caz vorbim cu altă ocazie.

Haideți să scriem concret aceste rapoarte, și luăm pe rând cele două unghiuri ascuțite din triunghiul de mai sus ABC.

Pentru unghiul B, cateta opusă este AC, cateta alăturată este AB, iar ipotenuza BC. Și să scriem rapoartele:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \text{ și } \cos B = \frac{AB}{BC}, \text{ respectiv } \operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB} \text{ și } \operatorname{ctg} B = \frac{AB}{AC}.$$

Putem observa că funcțiile tangentă și cotangentă sunt inverse între ele.

Acum ne mutăm la unghiul C, care are cateta opusă AB, cateta alăturată AC, iar ipotenuza rămâne neschimbată, adică BC. Rapoartele sunt:

$$\sin C = \frac{AB}{BC} \quad \text{și} \quad \cos C = \frac{AC}{BC}, \text{ respectiv } \operatorname{tg} C = \frac{AB}{AC} \quad \text{și} \quad \operatorname{ctg} C = \frac{AC}{AB}.$$

Chiar dacă vom avea probleme unde triunghiurile sunt notate cu alte litere, sau unghiul drept nu este unghiul A, aceste lucruri înseamnă doar că trebuie să vedem care este cateta alăturată, cateta opusă și care este ipotenuza, urmând a scrie pe urmă rapoartele.

Pentru unghiurile folosite mai des în problemele de geometrie, respectiv 30° , 45° și 60° , avem un tabel de valori predefinite, deci știm din start, să zicem, valoarea raportului unde un unghi este de 30° , iar ipotenuza are, să zicem, 16 cm. Știm din tabel că $\sin 30^\circ$ este $\frac{1}{2}$, deci cateta opusă va fi jumătate din ipotenuză. Iar cealaltă catetă o aflăm fie prin celelalte funcții trigonometrice (de ex. $\operatorname{tg} 30^\circ$), fie prin Teorema lui Pitagora.

Mai jos vă las tabelul de valori predefinite pentru unghiurile de 30° , 45° și 60° , iar pentru a fi memorat cât mai ușor, vă rog să priviți primul rând, cel referitor la funcția sinus. Cu puțină imaginație, puteți vedea că avem succesiunea cea mai ușor de memorat, adică 1-2-3, fiecare sub radical, totul supra 2.

Valori predefinite pentru funcțiile trigonometrice

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

În articolul următor voi arăta cum rezolvăm triunghiul dreptunghic, folosindu-ne de aceste funcții trigonometrice, fără dureri de cap.